

竖井圆形冻结壁弹性设计理论的对比研究

周晓敏¹, 管华栋¹, 罗晓青², 王安保¹

(1. 北京科技大学 金属矿山高效开采与安全教育部重点实验室, 北京 100083; 2. 中国煤炭科工集团 北京华宇工程有限公司, 北京 100120)

摘 要: 对井筒冻结壁弹性设计理论的 3 个解析公式进行对比分析, 用图解的方式展示出用叠加原理求解基于冻结壁和围岩相互作用的力学模型两种方法, 揭示冻结壁外缘载荷随冻结壁厚度和刚度变化的规律。通过对用 3 种冻结壁厚度公式设计的差异性分析, 说明采用重液公式确定拉梅公式中载荷的不合理性, 提出基于太沙基有效应力原理的自重初始应力场计算方法。结合案例, 比较 3 种解析公式得到的地层原岩水平载荷和冻结壁厚度的函数关系, 用定义域和值域的数学原理研究各个冻结壁弹性设计公式的适用范围, 阐释其工程实际意义, 并就弹性设计的实用意义进行审慎性评述。

关 键 词: 冻结法凿井; 冻结壁; 深井; Lamé 解

中图分类号: TD 265

文献标识码: A

Comparative study of elastic design theories of circular frozen wall of shaft

ZHOU Xiao-min¹, GUAN Hua-dong¹, LUO Xiao-qing², WANG An-bao¹,

(1. State Key Laboratory of High-Efficient Mining and Safety of Metal Mines of Ministry of Education, University of Science and Technology Beijing, Beijing 100083, China; 2. Beijing Huayu Engineering Limit Corporation, Sino-Coal International Engineering Group, Beijing 100120, China)

Abstract: This paper gives the contrast studies on the mechanical models of the 3 piece of analytic formulae for elastic frozen wall of shaft sinking, and illustrate the two methods to solve mechanical interaction problem between frozen wall and surrounding rock with diagraph based on superposition principles. The basic law are revealed, that the load on frozen wall varies with their own thickness and rigidity. Upon the analysis of thickness difference calculated by the three formulas, the way of “heavy liquid formula” to evaluate the load on frozen wall of Lamé formula is proved unreasonable. One proposal is put forward to evaluate initial stress field based on the principle of gravity fields and Terzaghi effective stress. The relationship between the original horizontal ground load and thickness of frozen wall illustrated by three formulas are shown with a practical example. The limitation of elastic design are studied with the mathematical principles of value region and domain, which are endowed with engineering meaning. The practical usage for the application condition of elastic design are further discussed deliberately.

Key words: shaft sinking with freezing method; frozen wall; deep shaft; Lamé solution

1 引 言

冻结井筒冻结壁设计方法随着工程实践深入而不断发展, 早期冻结壁是按弹性力学中拉梅公式设计厚度^[1-3], 即按无限长厚壁圆筒弹性解理论来设计, 见式 (1), 但随着表土冻结深度加深, 按照拉梅公式计算的厚度急剧增大, 设计趋于过分保守, 于是提出了采用基于弹塑性设计原理的厚度计算公式, 如多姆克冻结壁设计公式^[1-2]等, 后来又发展到考虑空间约束效应的有限段高设计公式, 如里别尔曼公式等等^[1-4]。然而, 随着我国冻结法凿井从以第四系深表土为主体的东部转移到以第三系、白垩

系、侏罗系等基岩为主体的西部地区凿井时, 无论是弹性理论设计还是弹塑性设计理论, 设计和施工人员都很难从现行的设计手册里得到合理的设计结果, 暴露出冻结壁设计理论的不够成熟一面。笔者对包神公式应用于冻结壁弹性设计的适用条件和意义做过初步探讨^[5-6], 杨维好等^[7]不久也从考虑冻结壁与围岩相互作用的力学模型出发, 提出新的冻结壁弹性设计公式 (下面简称杨氏公式), 出现了一个出发点导出的 2 个公式。为了抛砖引玉, 让更多学者关心和推动冻结壁设计理论的发展, 本文就冻结壁弹性设计问题进行一些对比研究。

2 3 种弹性冻结壁的设计公式

(1) 拉梅公式, 即无限长厚壁圆筒弹性冻结壁设计公式:

$$E_f = r_s \left(\sqrt{\frac{[\sigma]}{[\sigma] - \xi P_\infty}} - 1 \right) \quad (1)$$

(2) 杨维好等^[6]提出的冻结壁弹性设计公式:

$$E_f = r_s \left(\sqrt{\frac{(M-2)[\sigma]}{M([\sigma] - \xi P_\infty)}} - 1 \right) \quad (2)$$

(3) 包神冻结壁弹性设计公式^[7]:

$$E_f = r_s \left(\sqrt{\frac{\alpha[\sigma]}{\beta[\sigma] - \xi P_\infty}} - 1 \right) \quad (3)$$

公式中的各参数的讨论如下: 3 个公式共有的参数只有 4 个, 即冻结壁的载荷项 P_∞ 、井筒开挖的外径 r_s 、冻结壁的许用抗压强度 $[\sigma]$ 和与强度理论选择相关的系数 ξ , 当取第三强度理论时, $\xi = 2$; 取第四强度理论时为 $\xi = \sqrt{3}$ 。拉梅公式涉及到的冻结壁材料特性参数只有 1 个强度, 与自身冻结壁弹性模量、泊松比都没有关系, 与围岩性质也没有关系。式 (2) 和式 (3) 区别于式 (1) 之处是将围岩纳入设计考虑的影响范围, 即考虑冻结壁与围岩的相互作用, 因此, 两式中还需要冻结壁与围岩的弹性模量和泊松比, 或者剪切模量, 由此又导出了 3 个参数, 分别是 M 、 α 、 β , 其中 M 为式 (2) 中新定义的参量, 这里,

$$M = \left(\frac{E_1}{E_2} - 1 \right) \frac{(1 + \mu_2)}{(1 - \mu_1^2)} + 2 + \frac{\mu_2 - \mu_1}{1 - \mu_1^2} \quad (4)$$

式中: E_1 、 μ_1 为冻结壁的弹性模量和泊松比; E_2 、 μ_2 为围岩的弹性模量和泊松比; α 、 β 为包神公式定义的 2 个参量, 分别是围岩剪切模量 G_1 和冻结壁剪切模量 G_2 和泊松比的函数:

$$\alpha = \left(1 - \frac{G_2}{G_1} \right); \quad \beta = 1 + (1 - 2\mu_1) \frac{G_2}{G_1} \quad (5)$$

3 图解力学模型

将围岩纳入影响范围时为什么会出现 2 个弹性设计公式呢? 仔细查看两篇文章, 原因主要出自于假设条件, 文献^[6]中有 3 个假设, 第三条假设 (冻结前后应力场) 是导致 2 个公式不一致的主要原因, 不妨仍然采用弹性解的叠加原理来解答。

根据冻结法凿井的原理, 按力学状态特点, 可以将井壁形成前的施工过程分解为 3 个阶段: ①原

始应力状态; ②冻结壁形成后的二次应力状态; ③在冻结壁保护下的开挖后的三次应力状态, 如图 1 所示, 这里暂不讨论到下一步的井筒衬砌。

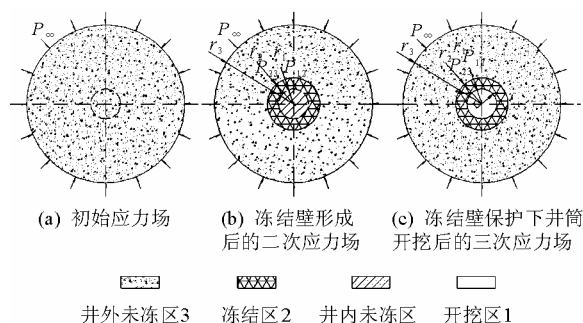


图 1 冻结法凿井的力学状态划分图

Fig.1 Phase delineation of mechanical state of AGF

根据式 (2) 的求解过程^[6], 其采用的叠加原理力学模型如图 2 所示。

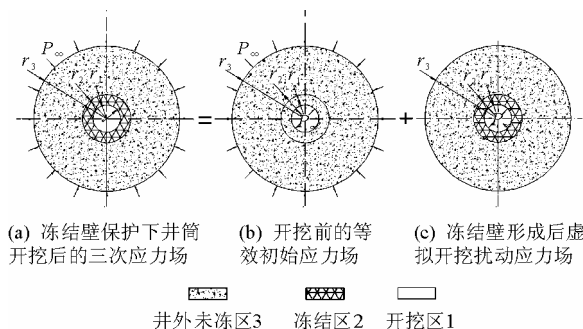


图 2 式 (2) 推导的力学模型的叠加原理图

Fig.2 Superposition principle according to formula 2

文献^[6]推导式 (2) 中的假设 3, 认为冻结壁形成的前后应力场不变, 就是将图 1 中的前两个过程等同成一个, 即假设图 1(a) 与图 1(b) 相等。图 2 中, 将图 2(b) 作为开挖前的等效初始应力场, 代替了图 1(b) 冻结壁形成后的二次应力场, 即图 2(b) 与图 1(a) 与图 1(b) 相等, 图 2 的叠加法求解, 不仅省略了冻结与否的岩体性质变化导致的自身应力场变化的影响, 而且也忽视了叠加原理只限于同一性质的区域介质问题。还有一点, 图 2(b) 和图 1(a) 尽管应力场等效, 但位移场并不等效, 图 1(a) 的初始位移场等于 0, 而图 2(b) 的位移场不是处处等于 0。

如果用叠加原理来推导包神公式^[7], 它的力学模型如图 3 所示。由图可以看出, 图 3 比图 2 的假设更近合理的一点是考虑了冻结壁形成的前后的应力场变化, 即在采用叠加原理时冻土区和冻土区叠加, 未冻土区和未冻土区叠加, 因此, 图 3(b) 冻结壁形成后开挖前的等效应力场代替图 1(b) 冻结壁形成后的二次应力场。图 3(b) 中内边界采用的是力边

界 P_1 等效来代替图 1(b) 中的井筒开挖区, 可以证明该力边界 P_1 是无需求解, 是自等效的。

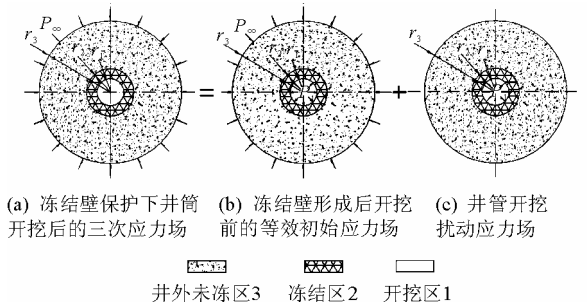


图 3 式 (2) 推导的力学模型

Fig.3 Superposition principle according to formula 2

4 冻结壁应力场分布表达式

综合拉梅公式、杨氏公式和包神公式的解析分析理论, 可以得到统一的冻结壁应力场表达式:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r^f &= P_{23} \frac{r_o^2}{r_o^2 - r_i^2} \left(1 - \frac{r_i^2}{r^2} \right) = \eta \frac{P_\infty r_o^2}{r_o^2 - r_i^2} \left(1 - \frac{r_i^2}{r^2} \right) \\ \sigma_\theta^f &= P_{23} \frac{r_o^2}{r_o^2 - r_i^2} \left(1 + \frac{r_i^2}{r^2} \right) = \eta \frac{P_\infty r_o^2}{r_o^2 - r_i^2} \left(1 + \frac{r_i^2}{r^2} \right) \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

式中: $\sigma_r^f, \sigma_\theta^f$ 分别为冻结壁内的径向和环向应力分布函数; 上标 f 代表冻结壁; 下标 r, θ 分别代表径向和环向; P_{23} 为冻结壁的外缘水平载荷; P_∞ 为水平初始应力或原岩载荷, 由于冻结壁的外载荷和初始应力场存在一定传递关系, 假设 $P_{23} = \eta P_\infty$, η 为冻结壁外缘载荷和原岩载荷的比例值。

当 $\eta = 1$ 时, 即以原岩水平总应力为载荷作用在厚壁圆筒外缘上, 为弹性力学拉梅公式; 当 $\eta = 1 - \xi_1$, 即为文献[7]提供的考虑围岩作用的冻结壁应力场公式, 这里

$$\xi_1 = \frac{2r_1^2}{2r_1^2 + (r_2^2 - r_1^2)M} \quad (7)$$

$$1 - \xi_1 = 1 - \frac{2r_1^2}{2r_1^2 + (r_2^2 - r_1^2)M} = \frac{(r_2^2 - r_1^2)M}{2r_1^2 + (r_2^2 - r_1^2)M} \quad (8)$$

当 $\eta = \frac{K_f r_2}{K_f r_2 + 2G}$, 即为文献[7]提供的考虑围岩作用的冻结壁应力场式 (3), 其中 K_f 为冻结壁的刚度:

$$K_f = \frac{2G_f (r_2^2 - r_1^2)}{r_2 [(1 - 2\mu_f) r_2^2 + r_1^2]} \quad (9)$$

图 4 为计算得出载荷比例值 η 与冻结壁厚度的

关系。该图的计算基础是: 井筒开挖半径为 6.3 m, 冻结壁和为冻结岩体的弹性模量分别为 11.8 GPa 和 10.7 GPa, 泊松比为 0.22 和 0.28。由图可以看出, 随着冻结壁厚度的增加, 载荷比例值是逐渐增加的, 说明冻结壁外缘载荷大小不仅和原岩应力有关, 而且与冻结壁自身的厚度和变形模量有关, 是个变数。这一提示说明, 传统的方法将冻结壁的外荷载按定值来考虑是个错误。载荷比例系数小于 1, 直接说明了按照拉梅公式计算冻结壁厚度趋于保守的原因。比较式 (2)、(3) 所对应的 η , 式 (2) η 值是包神公式 (3) 的 1.5 倍, 说明按式 (2) 进行弹性冻结壁厚度设计仍然比按“包神公式”保守。

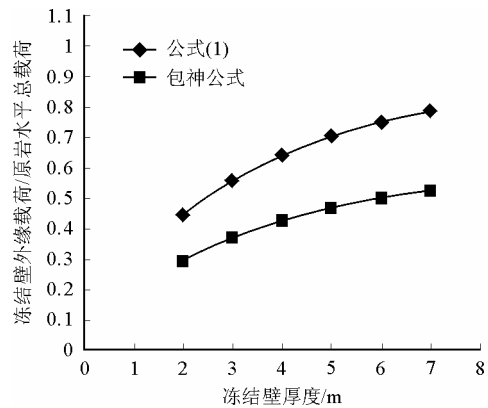


图 4 冻结壁厚度与冻结壁载荷系数的关系

Fig.4 Relationships between thickness and loader of freezing-wall

5 冻结壁厚度设计的载荷项

式 (1)~(3) 的一个共同问题就是如何确定载荷项。目前规范和手册^[2,4]及文献[6]都建议冻结壁设计的载荷按重液公式来估算。包神公式的载荷建议按原岩应力场来计算, 原岩应力是不随衬砌结构发生变化的永久载荷。在构造应力影响很小的情况下, 按自重应力场来代替原岩应力场是合理的。对于砂层或孔隙型砂岩, 基于流固耦合的泰沙基有效应力原理, 其原岩应力场表达式为

静止水压力:

$$P_w = \gamma_w H = H_w \quad (10)$$

式中: H_w 水头高度。

垂直总应力:

$$P_{vt} = \sum_{i=1}^n \gamma_i H_i = \gamma_e H \quad (11)$$

式中: γ_i 为第 i 层岩层浮重度; H_i 为第 i 层岩层顶板埋深; γ_e 为等效上覆岩体浮重度; H 为累计深度。

第 $n+1$ 层的垂直有效应力:

$$P'_v = \begin{cases} P_{vt} - P_w, & (\text{计算层处于含水层}) \\ P_{vt}, & (\text{计算层处于隔水层}) \end{cases} \quad (12)$$

水平有效应力:

$$P'_h = \lambda P'_v \quad (13)$$

式中: λ 为静止侧压力系数, 对于岩石,

$$\lambda = \frac{\mu}{1 - \mu} \quad (14)$$

或

$$\lambda = 1 - \sin \phi \quad (15)$$

由及 (10)~(14) 得到水平总应力为

$$P_\infty = P_w + P'_h = \frac{\mu \gamma_c + (1 - 2\mu)H}{1 - \mu} \quad (16)$$

式 (2) 推荐的载荷项用重液公式来代替原岩总应力场, 有一定的合理性。按重液公式计算相当于等效上覆岩体的浮重度为 19 kN/m^3 , 泊松比为 0.25。

然而, 对于拉梅公式, 用重液公式来计算冻结壁的荷载是不合理的, 因为冻结壁外缘荷载是小于原岩应力的, 而且是变化的。

井筒所处地层的初始应力状态是凿井冻结壁设计的起点, P_∞ 的确定方法有待研究, 特别当存在构造应力的情况。

6 弹性设计的适用范围

从 3 个解析理论可得出冻结壁弹性解的范围:

拉梅公式:

$$\xi < \frac{[\sigma]}{P_\infty} \quad (17)$$

杨氏公式:

$$\xi < \frac{[\sigma]}{P_\infty} < M \quad (18)$$

包神公式:

$$\frac{\xi}{\beta} < \frac{[\sigma]}{P_\infty} < \frac{\xi}{\beta - \alpha} \quad (19)$$

式 (17)、(18) 表明, 冻结壁设计弹性解的都有下限值 ξ , 要求冻结壁抗压强度大于外载荷值的 ξ 倍, 而式 (19) 的下限值是 ξ/β 。下限值的实际含义是冻结壁处于弹性状态的先决条件, 否则, 冻结壁部分或全部将进入不安全的塑性状态, 因为 $\beta > 1$, $\xi/\beta < \xi$, 说明包神公式冻结壁弹性设计的范围比前两种放大了 β 倍。

图 5 为冻结弹性设计的厚度与水平总应力的关系。对于基岩冻结壁, 抗压强度达到 18.1 MPa 时包

神公式设计所能满足的水平地压可达到 13.63 MPa , 明显高于式 (1)、(2) 中的 9 MPa 。如果采用第四强度理论, 包神公式确保的弹性设计水平外载荷可以达到 15.74 MPa 。从图中还可以看出, 杨氏式和包神公式都考虑了围岩的作用, 冻结壁弹性设计的厚度对载荷项的敏感性都很大, 也就是说水平地压所能变化的范围很小, 二者曲线特征很相似。

从工程的实际应用来说, 按照本文章节 5 计算方法, 千米深井筒含水基岩的水平压力一般小于 10 MPa , 所以冻结壁厚度在 6 m 以上或抵抗 13.5 MPa 以下的水平地压是可行的, 见图 5 中包神公式曲线。

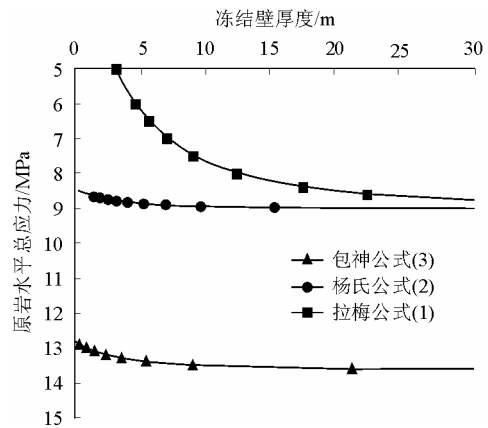


图 5 不同设计公式的冻结厚度计算
Fig.5 Thickness of freezing-wall calculated by different formulas

7 弹性设计的实用意义

弹性设计对于冻结壁设计来说意味着什么呢? 既需要理解力学模型的物理意义, 也需要清楚冻结壁实际的使用情况。

对于基岩段冻结施工, 一方面若满足了弹性设计, 理论上表明冻结壁的支护是安全的, 由于是平面应变模型, 全长不支护都很安全, 而实际施工都是有限段高施工, 平面应变和有限段高之间存在多大的安全系数需要深入研究。另一方面, 岩土材料不是严格意义上的弹性材料, 尤其是在深部, 当地压达到一定量时表现出很强的流变性能, 深入研究深部基岩在原始状态和冻结条件下的力学性能尤其重要。

冻结壁是临时结构物, 作为设计依据的冻结壁极限强度的确定是极其重要的。首先, 设计的基础理论是选择传统许用应力法? 还是选择基于可靠性理论的概率极限状态法^[8]? 如何基于临时和永久结

构的差异性进行设计等, 需要研究。其次, 实际施工冻结壁暴露时间和段高都是有限的, 而冻土或冻结岩石的极限强度与试件的尺寸、加载时间长度和快慢都很有关系^[9], 冻土力学试验规范和岩石力学及混凝土等岩体试验还有一定差别。为了完善冻结法设计, 都需要将试验方法、理论公式计算、现场实际效果反演等三者结合起来考虑。

8 结 语

理论研究都需要假设, 一种假设对应一种解答, 尽管求解过程是正确完备的, 但结果或理论公式的正确与否需要经得起实践的检验。冻结壁设计有太多的公式, 但往往是滞后于工程的发展, 总是在为现实需求而做理论化, 导致出现不确定的设计结果。

冻结壁的外载荷取决于与围岩的相互作用, 不能按定值来估算, 重要的是要确定井筒冻结前的初始应力场。

冻结壁虽然是临时支护, 从安全角度来说应采用准弹性理论来设计, 但在力学模型上还需要深入研究, 建立与冻结岩石的试验方法相结合及区别于永久结构设计的设计理论是课题发展趋势。

由于实际施工是基于有限段高的, 基于平面应变的弹性设计理论在如何考虑实际施工的段高问题尚待解决。

参 考 文 献

- [1] 中国矿业学院. 特殊凿井(第一版)[M]. 北京: 煤炭工业出版社, 1981.
- [2] 张荣立, 何国伟, 李铎. 采矿工程设计手册[M]. 北京:

煤炭工业出版社, 2008.

- [3] 徐芝纶. 弹性力学简明教程(第三版)[M]. 北京: 高等教育出版社, 2001.
- [4] 中国煤炭建设协会. GB 50384-2007 煤矿立井井筒及硐室设计规范[S]. 北京: 中国计划出版社, 2007.
- [5] 周晓敏, 陈建华, 罗晓青. 孔隙型含水基岩段竖井井壁厚度拟订设计研究[J]. 煤炭学报, 2009, 34(9): 1174—1178.
ZHOU Xiao-min, CHEN Jian-hua, LUO Xiao-qing. Research on the preliminary thickness design of shaft lining in porous rock aquifer[J]. *Journal of Coal Society*, 2009, 34(9): 1174—1178.
- [6] 杨维好, 杨志江, 韩涛, 等. 基于与围岩相互作用的冻结壁弹性设计理论[J]. 岩土工程学报, 2012, 34(3): 517—519.
YANG Wei-hao, YANG Zhi-jiang, HAN Tao, et al. Elastic design theory of frozen soil wall based on interaction between frozen soil wall and surrounding rock[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2012, 34(3): 517—519.
- [7] 周晓敏, 贺震平, 纪洪广. 高水压下基岩冻结壁设计方法[J]. 煤炭学报, 2011, 36(12): 2121—2126.
ZHOU Xiao-min, HE Zhen-ping, JI Hong-guang. Design method of freezing rock wall under high water pressure [J]. *Journal of Coal Society*, 2009, 36(12): 2121—2126.
- [8] 中国建筑科学研究院. GB 50068-2001 建筑结构可靠度设计统一标准[S]. 北京: 中国建筑出版社, 2001.
- [9] 煤炭科学研究总院北京建设研究所. MT/T 593-1996 人工冻土物理力学性能试验[S]. 北京: 煤炭工业出版社, 1996.